Übung zur Lehrveranstaltung

Semantic Web Technologies 1

`http://semantic-web-grundlagen.de`

Lösung der Übung 2: Logik und RDF-Semantik

Lösung 2.1

(a) $(p \vee \neg p)$: **allgemeingültig**

$\mathcal{I}(p)$	$\mathcal{I}(\neg p)$	$\mathcal{I}(p \vee \neg p)$
t	f	t
f	t	t

(b) $((p \vee q) \rightarrow (\neg p \vee \neg q))$: **erfüllbal & widerlegbar**

$\mathcal{I}(p)$	$\mathcal{I}(q)$	$\mathcal{I}(\neg p)$	$\mathcal{I}(\neg q)$	$\mathcal{I}(p \vee q)$	$\mathcal{I}(\neg p \vee \neg q)$	$\mathcal{I}((p \vee q) \rightarrow (\neg p \vee \neg q))$
t	t	f	f	t	f	f
t	f	f	t	t	t	t
f	t	t	f	t	t	t
f	f	t	t	f	t	t

(c) $\neg((p \rightarrow q) \leftrightarrow (\neg p \vee q))$: **unerfüllbar**

$\mathcal{I}(p)$	$\mathcal{I}(q)$	$\mathcal{I}(\neg p)$	$\mathcal{I}(p \rightarrow q)$	$\mathcal{I}(\neg p \vee q)$	$\mathcal{I}((p \rightarrow q) \leftrightarrow (\neg p \vee q))$	$\mathcal{I}(\neg((p \rightarrow q) \leftrightarrow (\neg p \vee q)))$
t	t	f	t	t	t	f
t	f	f	f	f	t	f
f	t	t	t	t	t	f
f	f	t	t	t	t	f

(d) $(((p \rightarrow q) \rightarrow p) \rightarrow p)$: **allgemeingültig**

$\mathcal{I}(p)$	$\mathcal{I}(q)$	$\mathcal{I}((p \rightarrow q))$	$\mathcal{I}(((p \rightarrow q) \rightarrow p))$	$\mathcal{I}((((p \rightarrow q) \rightarrow p) \rightarrow p))$
t	t	t	t	t
t	f	f	t	t
f	t	t	f	t
f	f	t	f	t

(e) $(((p \wedge q) \rightarrow r) \leftrightarrow (p \rightarrow (q \rightarrow r)))$: **allgemeingültig**

$\mathcal{I}(p)$	$\mathcal{I}(q)$	$\mathcal{I}(r)$	$\mathcal{I}((p \wedge q))$	$\mathcal{I}(((p \wedge q) \rightarrow r))$	$\mathcal{I}(q \rightarrow r)$	$\mathcal{I}((p \rightarrow (q \rightarrow r)))$	$\mathcal{I}((((p \wedge q) \rightarrow r) \leftrightarrow (p \rightarrow (q \rightarrow r))))$
t	t	t	t	t	t	t	t
t	t	f	t	f	f	f	t
t	f	t	f	t	t	t	t
t	f	f	f	t	t	t	t
f	t	t	f	t	t	t	t
f	t	f	f	t	f	t	t
f	f	t	f	t	t	t	t
f	f	f	f	t	t	t	t

(f) $((p \wedge \neg p) \rightarrow q)$: **allgemeingültig**

$\mathcal{I}(p)$	$\mathcal{I}(\neg p)$	$\mathcal{I}((p \wedge \neg p))$	$\mathcal{I}(((p \wedge \neg p) \rightarrow q))$	
t	t	f	f	t
t	f	f	f	t
f	t	t	f	t
f	f	t	f	t

Lösung 2.2

Theorie: Eine *Theorie* ist eine Menge von Sätzen.
logische Konsequenz: ϕ ist logische Konsequenz von $\mathcal{T}$ wenn $\mathcal{T} \models \phi$.
Äquivalenz:$\phi \equiv \psi$ wenn $\{\phi\} \models \psi$ und $\{\psi\} \models \phi$.

Für beliebige Theorien $\mathcal{T}$ und $\mathcal{S}$ gilt:

(a) Ist eine Formel F allgemeingültig, dann gilt $\mathcal{T} \models F$, d.h. aus jeder Theorie folgen zumindest alle Tautologien.
♣ **wahr**: Für beliebige Interpretation $\mathcal{I}$, wenn $\mathcal{I} \models \mathcal{T}$, dann $\mathcal{I} \models F$

(b) Je größer eine logische Theorie ist, desto mehr Modelle hat sie. Das heißt, wenn $\mathcal{T} \subseteq \mathcal{S}$, dann ist jedes Modell von $\mathcal{T}$ auch ein Modell von $\mathcal{S}$.
♠ **falsch**: Gegenbeispiel: $\mathcal{T} = \{p\}$, $\mathcal{S} = \{p, \neg p\}$. $\mathcal{T}$ ist erüllbar und $\mathcal{S}$ ist unerfüllbar.

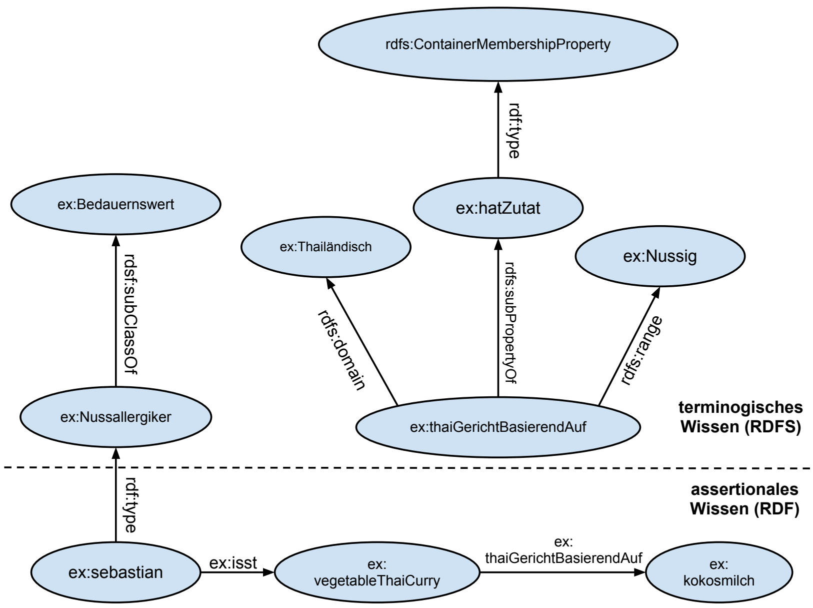
(c) Je größer eine Theorie ist, desto mehr logische Konsequenzen hat sie. Das heißt, wenn $\mathcal{T} \subseteq \mathcal{S}$, dann ist jede logische Konsequenz aus $\mathcal{T}$ auch eine Konsequenz aus $\mathcal{S}$.
♣ **wahr**: "monotonic Logik."

(d) Ist $\neg F \in \mathcal{T}$, dann kann $\mathcal{T} \models F$ niemals gelten (wobei F eine beliebige Formel ist).
♠ **falsch**: im Allgemeinen.
♣ **wahr**: Für beliebige Modell $\mathcal{I}$ einer **consistent** Theorie $\mathcal{T}$ und $F' \in \mathcal{T}$, $\mathcal{I} \models F'$, insbesondere , $\neg F \in \mathcal{T} \ \Rightarrow \mathcal{I} \models \neg F$ oder $\mathcal{I} \not\models F$ d.h. $\mathcal{T} \models F$ kann niemals gelten.

(e) Sind zwei Theorien unterschiedlich ($\mathcal{T} \neq \mathcal{S}$), dann unterscheiden sie sich auch in wenigstens einer logischen Konsequenz (zum Beispiel, indem es eine Formel F gibt, so dass $\mathcal{T} \models F$ aber $\mathcal{S} \not\models F$).
♠ **falsch**: Für zwei Äquivalenz Theorie $\mathcal{T}$ und $\mathcal{S}$ mit $\mathcal{T} \neq \mathcal{S}$, wenn $\mathcal{T} \models F$ (für beliebige Formel F), dann jedes Modell von $\mathcal{T}$ ist ein Modell von F. Aber jedes Modoll von $\mathcal{T}$ ist auch ein Modell von $\mathcal{S}$ ($\mathcal{T} \equiv \mathcal{S}$) d.h. $\mathcal{S} \models F$, z.B. $\{p, q\}$und $\{p \wedge q\}$, $\{p, q\} \neq \{(p \wedge q)\}$ aber $\{p, q\} \models (p \wedge q)$ und $\{(p \wedge q)\} \models (p \wedge q)$.

Lösung 2.3
$\mathcal{I}$ ist eine Intepretation das Modell der graph.

- $IR = \{a\}$
- $IP = \{a\}$
- $I_{EXT}(a) = \{\langle a, a\rangle\}$
- $I_S(x) = a$, x ist beliebige Resource in Graph.
- $LV = I_L = \emptyset$



1. $\mathcal{I}$ ist eine (einfache) Interpretation.✓
2. $\mathcal{I}$ ist eine RDF-interpretation: ✓
3. $\mathcal{I}$ ist eine RDFS-interpretation: ✓

Lösung 2.4

- **ein Tripel, welches einfach folgt:**

ex:vegetableThaiCurry ex:thaiGerichtBasierendAuf ex:kokosmilch

$\Downarrow$ (Regel se1)

ex:vegetableThaiCurry ex:thaiGerichtBasierendAuf _ : $id1$

- **ein Tripel, welches RDF-folgt, aber nich einfach folgt:**

ex:vegetableThaiCurry ex:thaiGerichtBasierendAuf ex:kokosmilch

$\Downarrow$ (Regel rdf1)

ex:thaiGerichtBasierendAuf rdf:type rdf:Property

- **ein Tripel, welches RDFS-folgt, aber nich einfach folgt:**

ex:vegetableThaiCurry ex:thaiGerichtBasierendAuf ex:kokosmilch

Und

ex:thaiGerichtBasierendAuf rdfs:domain ex:Thailändisch

$\Downarrow$ (Regel rdfs2)

ex:vegetableThaiCurry rdf:type ex:Thailändisch

Lösung 2.5
Nicht möglich in RDFS.

Lösung 2.6

(a) `rdfs:Resource rdf:type rdfs:Class .`

$$\frac{\text{rdfs:domain rdfs:range rdfs:Class .} \qquad \text{rdf:type rdfs:domain rdfs:Resource .}}{\text{rdfs:Resouce rdf:type rdfs:Class .}}\ \text{rdfs3}$$

(b) `rdfs:Class rdf:type rdfs:Class .`

$$\frac{\text{rdfs:range rdfs:range rdfs:Class .} \quad \text{rdfs:range rdfs:range rdfs:Class .}}{\text{rdfs:Class rdf:type rdfs:Class .}}\ \text{rdfs3}$$

(c) `rdfs:Literal rdf:type rdfs:Class .`

$$\frac{\text{rdfs:range rdfs:range rdfs:Class .} \quad \text{rdfs:comment rdfs:range rdfs:Literal .}}{\text{rdfs:Literal rdf:type rdfs:Class .}}\ \text{rdfs3}$$

(d) `rdf:XMLLiteral rdf:type rdfs:Class .`

$$\frac{\text{rdfs:subClassOf rdfs:domain rdfs:Class .} \quad \text{rdfs:XMLLiteral rdfs:subClassOf rdfs:Literal .}}{\text{rdfs:XMLLiteral rdf:type rdfs:Class .}}\ \text{rdfs2}$$

(e) `rdfs:Datatype rdf:type rdfs:Class .`

$$\frac{\text{rdf:type rdfs:range rdfs:Class .} \quad \text{rdfs:XMLLiteral rdfs:type rdfs:Datatype .}}{\text{rdfs:Datatype rdf:type rdfs:Class .}}\ \text{rdfs3}$$

(f) `rdf:Seq rdf:type rdfs:Class .`

$$\frac{\text{rdfs:subClassOf rdfs:domain rdfs:Class .} \quad \text{rdf:Seq rdfs:subClassOf rdfs:Container .}}{\text{rdf:Seq rdf:type rdfs:Class .}}\ \text{rdfs2}$$

(g) `rdf:Bag rdf:type rdfs:Class .`

$$\frac{\text{rdf:subClassOf rdfs:domain rdfs:Class .} \quad \text{rdf:Bag rdfs:subClassOf rdfs:Container .}}{\text{rdf:Bag rdf:type rdfs:Class .}}\ \text{rdfs2}$$

(h) `rdf:Alt rdf:type rdfs:Class .`

$$\frac{\text{rdf:subClassOf rdfs:domain rdfs:Class .} \quad \text{rdf:Alt rdfs:subClassOf rdfs:Container .}}{\text{rdf:Alt rdf:type rdfs:Class .}}\ \text{rdfs2}$$

(i) `rdfs:Container rdf:type rdfs:Class .`

$$\frac{\text{rdfs:subClassOf rdfs:range rdfs:Class .} \quad \text{rdf:Alt rdfs:subClassOf rdfs:Container .}}{\text{rdfs:Container rdf:type rdfs:Class .}}\ \text{rdfs3}$$

(j) `rdf:List rdf:type rdfs:Class .`

$$\frac{\text{rdfs:domain rdfs:range rdfs:Class .} \quad \text{rdf:first rdfs:domain rdf:List .}}{\text{rdf:List rdf:type rdfs:Class .}}\ \text{rdfs3}$$

(k) rdfs:ContainerMembershipProperty rdf:type rdfs:Class .

$$\frac{\text{rdf:subClassOf rdfs:domain rdfs:Class .} \qquad \text{rdf:ContainerMembershipProperty rdfs:subClassOf rdfs:Property .}}{\text{rdfs:ContainerMembershipProperty rdf:type rdfs:Class .}}\ \text{rdfs2}$$

(l) rdf:Property rdf:type rdfs:Class .

$$\frac{\text{rdfs:range rdfs:range rdfs:Class .} \qquad \text{rdf:subPropertOf rdfs:range rdf:Property .}}{\text{rdf:Property rdf:type rdfs:Class .}}\ \text{rdfs3}$$

(m) rdf:Statement rdf:type rdfs:Class .

$$\frac{\text{rdfs:domain rdfs:range rdfs:Class .} \qquad \text{rdf:Subject rdfs:domain rdf:Statement .}}{\text{rdf:Statement rdf:type rdfs:Class .}}\ \text{rdfs3}$$

(n) rdfs:domain rdf:type rdf:Property .

$$\frac{\text{rdfs:range rdfs:domain rdf:Property .}}{\text{rdfs:domain rdf:type rdf:Property .}}\ \text{rdf1}$$

(o) rdfs:range rdf:type rdf:Property .

$$\frac{\text{rdfs:subPropertyOf rdfs:range rdf:Property .}}{\text{rdfs:range rdf:type rdf:Property .}}\ \text{rdf1}$$

(p) rdfs:subPropertyOf rdf:type rdf:Property .

$$\frac{\text{rdfs:isDefinedBy rdfs:subPropertyOf rdfs:SeeAlso .}}{\text{rdfs:subPropertyOf rdf:type rdf:Property .}}\ \text{rdf1}$$

(q) rdfs:subClassOf rdf:type rdf:Property .

$$\frac{\text{rdf:Alt rdfs:subClassOf rdfs:Container .}}{\text{rdfs:subClassOf rdf:type rdf:Property .}}\ \text{rdf1}$$

(r) rdfs:member rdf:type rdf:Property .

$$\frac{\text{rdfs:range rdfs:domain rdf:Property .} \qquad \text{rdfs:member rdfs:range rdfs:Resource}}{\text{rdfs:member rdf:type rdf:Property .}}\ \text{rdfs2}$$

(s) rdfs:seeAlso rdf:type rdf:Property .

$$\frac{\text{rdfs:range rdfs:domain rdf:Property .} \qquad \text{rdfs:seeAlso rdfs:range rdfs:Resource .}}{\text{rdfs:seeAlso rdf:type rdf:Property .}}\ \text{rdfs2}$$

(t) `rdfs:isDefinedBy rdf:type rdf:Property .`

$$\dfrac{\text{rdfs:range rdfs:domain rdf:Property .} \quad \text{rdf:isDefinedBy rdfs:range rdfs:Resource .}}{\text{rdfs:isDefinedBy rdf:type rdf:Property .}}\ \text{rdfs2}$$

(u) `rdfs:comment rdf:type rdf:Property .`

$$\dfrac{\text{rdfs:range rdfs:domain rdf:Property .} \quad \text{rdfs:comment rdfs:range rdfs:Literal .}}{\text{rdfs:comment rdf:type rdf:Property .}}\ \text{rdfs2}$$

(v) `rdfs:label rdf:type rdf:Property .`

$$\dfrac{\text{rdfs:range rdfs:domain rdf:Property .} \quad \text{rdfs:label rdfs:range rdfs:Literal .}}{\text{rdfs:label rdf:type rdf:Property .}}\ \text{rdfs2}$$